

CONTROLE DE UM SISTEMA VIGA-HÉLICE USANDO UM COMPENSADOR DE AVANÇO E ATRASO DE FASE

YAMANAKA, Hugo F.¹; BISPO, Carlos A. S.²; ALMEIDA, João, P. L. S.³; BREGANON, Ricardo⁴; ALVES, Uiliam, N. L. T.⁵

¹ Discente do curso de Engenharia de Controle e Automação, IFPR, Jacarezinho, Paraná, e-mail: hugoferndoyamanaka@gmail.com.

² Discente do curso de Engenharia de Controle e Automação, IFPR, Jacarezinho, Paraná, e-mail: carlosalexandrehk@gmail.com.

³ Doutor em Engenharia Elétrica e Informática Industrial, Instituto Federal do Paraná (IFPR), Jacarezinho, Paraná, e-mail: joao.almeida@ifpr.edu.br.

⁴ Doutor em Engenharia Mecânica, Instituto Federal do Paraná (IFPR), Jacarezinho, Paraná, e-mail: ricardo.breganon@ifpr.edu.br.

⁵ Doutor em Engenharia Elétrica, Instituto Federal do Paraná (IFPR), Jacarezinho, Paraná, e-mail: uiliam.alves@ifpr.edu.br.

RESUMO

No estudo de sistemas de controle, um equipamento que pode ser utilizado é o sistema viga-hélice, o qual consiste em uma haste, em que uma das extremidades rotaciona em torno de um eixo fixo enquanto há um conjunto de motor e hélice na extremidade livre. Este trabalho apresenta um modelo matemático em espaço de estados de um sistema viga-hélice e uma estratégia de controle utilizando um compensador de avanço e atraso de fase. O compensador foi desenvolvido a partir da equação diferencial, linearizada através da série de Taylor. Primeiro, foi projetado um compensador de avanço de fase para melhorar a resposta transitória do sistema. Posteriormente, projetou-se o compensador de atraso de fase para atender ao requisito de erro em regime permanente. Utilizou-se o *software* Simulink/Matlab® para representar a planta não linear com o compensador, a fim de simular o sistema e verificar a eficácia do controlador.

PALAVRAS-CHAVE: Viga-hélice, compensador de avanço e atraso de fase, resposta transitória, erro em regime permanente.

INTRODUÇÃO

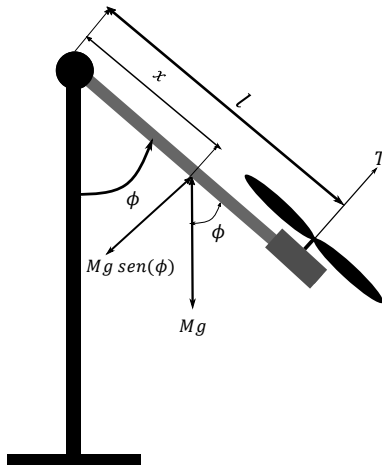
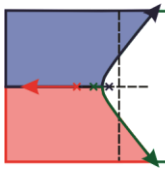
Os projetos de controladores de sistemas mecânicos envolvendo a dinâmica do viga-hélice são considerados problemas clássicos de controle (JOB; JOSE, 2015). Os sistemas viga-hélice, em geral, são naturalmente não lineares e são aproximados, em alguns casos, por modelos lineares em torno do respectivo ponto de equilíbrio (ENIKOV; CAMPA, 2012).

Uma abordagem comum é gerar uma aproximação linear da planta e, após isso, usar o modelo linearizado para projetar um controlador. O *software* Simulink/Matlab® pode então ser empregado para simular o desempenho do controlador quando aplicado ao modelo não linear completo (CHEN, 1998).

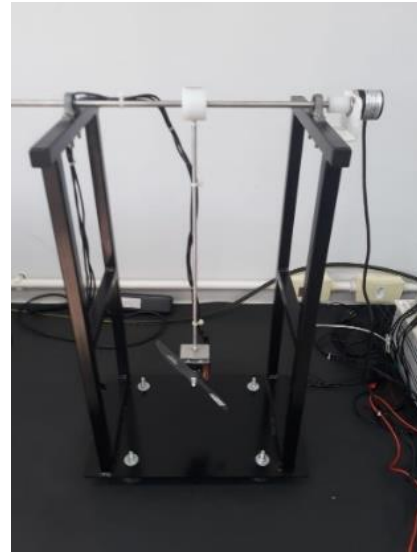
Com base nas características do sistema em análise, foi desenvolvido um controle por compensação de avanço e atraso de fase, através da função de transferência do sistema, no *software* Matlab®, para reduzir o tempo de acomodação e melhorar o erro em regime permanente. Tal controle foi implementado no *software* Simulink/Matlab® junto com a representação do sistema não linear em espaço de estados, a fim de simular o sistema e verificar a eficácia do controlador.

MODELO MATEMÁTICO DO SISTEMA VIGA-HÉLICE

Para explicar o princípio de funcionamento do viga-hélice é possível utilizar como analogia um sistema de pêndulo simples, o qual possui uma massa acoplada a um fio inextensível e fixo em uma extremidade a uma superfície (JOB; JOSE, 2015). O sistema desenvolvido consiste em uma haste, com rotação em torno de um eixo fixo. Na outra extremidade da haste existe um atuador, que é o conjunto motor e hélice que causa a variação do ângulo ϕ , produzindo uma força que atua de forma contrária à gravidade, a depender da posição do motor. Na Figura 1 (a) é apresentado um esquemático de funcionamento do sistema viga-hélice e na Figura 1 (b), o protótipo desenvolvido no laboratório de automação do IFPR/Jacarezinho. O objetivo do sistema é controlar o ângulo de inclinação da haste em relação à vertical.



(a)



(b)

Figura 1 - (a) Diagrama de corpo livre do sistema viga-hélice e (b) Protótipo viga-hélice presente no laboratório de automação do IFPR/Jacareizinho.

A partir do diagrama de corpo livre do sistema, Figura 1 (a), foi feito o somatório e torques envolvidos, em relação ao ponto de rotação, resultando em

$$J \frac{d^2 \phi(t)}{dt^2} + c \frac{d\phi(t)}{dt} + mlgd_c \text{sen}(\phi(t)) = T(t). \quad (1)$$

Ao escolher x_1 e x_2 como variáveis de estado do sistema, considerando o deslocamento angular $x_1(t) = \phi(t)$ e a velocidade angular $x_2(t) = d\phi(t)/dt$, deriva-se em ambos os lados, $dx_1(t)/dt = d\phi(t)/dt$ e $dx_2(t)/dt = d^2\phi(t)/dt^2$, substituindo em (1), e rearranjando os termos, obtêm-se

$$\dot{x}_1(t) = x_2(t), \quad (2)$$

$$\dot{x}_2(t) = -\frac{mld_c \text{sen}(x_1(t))}{J} - \frac{cx_2(t)}{J} + \frac{T(t)}{J}. \quad (3)$$

Linearizando (1) em torno de um ponto de equilíbrio usando a série de Taylor (NISE, 2018), feitas as seguintes substituições: $\Delta_\phi = \phi - \phi_0$, $(d\Delta_\phi/dt = d\phi/dt)$ e $\Delta_T = T(t) - mlgd_c \text{sen}(\phi_0)$, tem-se

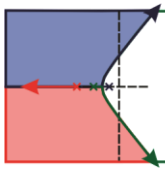
$$J \frac{d^2 \Delta_\phi}{dt^2} + c \frac{d\Delta_\phi}{dt} + mlgd_c \cos(\phi_0) \Delta_\phi = \Delta_T. \quad (4)$$

Aplicada a transformada de Laplace (NISE, 2018) em (4), são organizados os termos de entrada do sistema sobre a saída, obtendo-se a função de transferência

$$\frac{\Delta_\phi(s)}{\Delta_T(s)} = \frac{\frac{1}{J}}{s^2 + \frac{cs}{J} + \frac{mld_c \cos(\phi_0)}{J}}. \quad (5)$$

Para projetar o controlador de avanço e atraso de fase no *software* Matlab® é necessário utilizar a função de transferência do sistema em malha aberta (NISE, 2018). Como parâmetros do sistema viga-hélice, foram adotados os seguintes valores: aceleração da gravidade $g = 9,81 \text{ m/s}^2$, massa do conjunto hélice motor $m_1 = 0,295 \text{ kg}$, massa da haste $m_2 = 0,020 \text{ kg}$, comprimento da haste $l = 0,306 \text{ m}$, coeficiente de amortecimento viscoso $c = 0,0086 \text{ Nms/rad}$, momento de inercia do sistema $J = 0,0282 \text{ kg.m}^2$, posição do centro de massa do sistema $d_c = 0,2963 \text{ m}$ e ângulo $\phi_0 = 90^\circ$. Ao substituir os parâmetros em (5), obteve-se:

$$G(s) = \frac{35,4}{s(s + 0,3045)}. \quad (6)$$



COMPENSADOR DE AVANÇO E ATRASO DE FASE

Primeiro, projetou-se um compensador de avanço de fase para melhorar a resposta transitória do sistema. Em seguida, avaliou-se a melhoria no erro em regime permanente que ainda era requerida. Finalmente, foi projetado o compensador de atraso de fase para atender ao requisito de erro em regime permanente (NISE, 2018). Ao se utilizar a função de transferência em malha aberta do sistema (6), com o fator de amortecimento, $\xi = 0,591$, operando com 10% de ultrapassagem e ângulo, $\phi_0 = 90^\circ$, gerou-se o lugar geométrico das raízes através do Matlab®, que resultou em um ganho $K = 0,00192$ e o polo desejado $-0,152 + j0,21$. A partir da parte real do polo, calculou-se o tempo de acomodação sem compensação como $T_s = 4/0,152 = 26,32$ s, ou seja, uma resposta muito lenta (NISE, 2018). Em seguida, reduziu-se o tempo de acomodação por um fator de 15, ou seja, $T_s = 4/(15 \times 0,152) = 1,75$ s. A nova parte real do polo desejado $-\xi\omega_n = -4/T_s = -2,28$. A nova parte imaginária do polo desejada obtida através do plano s , Figura 2 (a), resultou-se, $\theta_1 = 126,16^\circ$, portanto $\omega_d = \text{tg}(180^\circ - 126,16^\circ) \times 2,28 = j3,12$.

O zero do compensador de avanço de fase foi escolhido arbitrariamente, $z_c = 0,3$. Com base na análise nos polos da função de transferência (6), determinou-se a contribuição angular no ponto de projeto desse zero junto com os polos do sistema, Figura 2 (b), $\theta_1 = 126,16^\circ$, $\theta_2 = 123^\circ$ e $\theta_3 = 122,34^\circ$. Realizou-se a soma dos ângulos desse zero e dos polos e zeros do sistema sem compensação, considerando a diferença entre 180° , para encontrar a contribuição angular do polo do compensador (NISE, 2018). Deste modo, foi encontrado $\theta_4 = 54,5^\circ$, que é requerida a fim de determinar a posição do polo do compensador de avanço de fase. A Figura 2 (c), é utilizada para calcular a posição do polo do compensador, $\text{tg } 54,5^\circ = 3,12/(p_c - 2,28)$. A partir disso foi obtido o valor do polo do compensador $p_c = 4,51$. Gerou-se novamente o lugar geométrico das raízes através do Matlab®, com a função de transferência (6) junto com o compensador de avanço de fase, $G_{\text{avanço}}(s) = (s + 0,3)/(s + 4,51)$, que resultou em um novo ganho de $K = 0,415$.

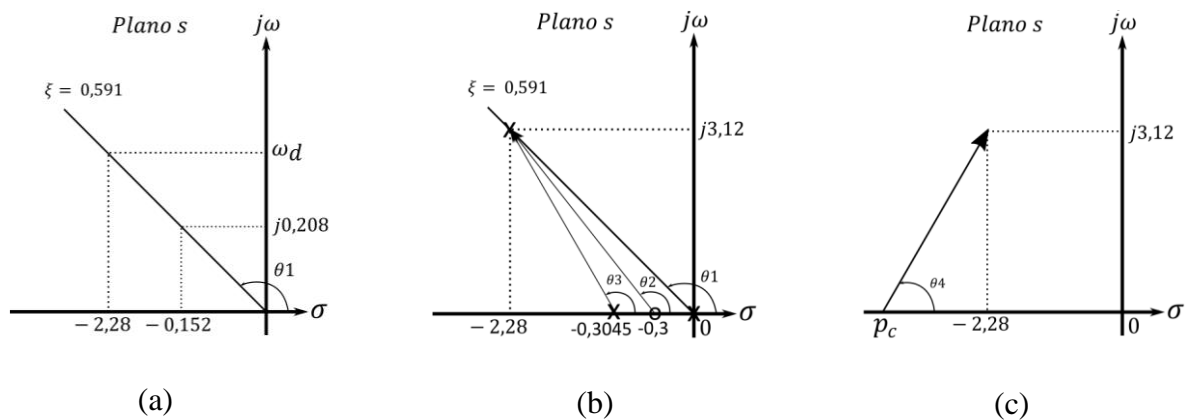


Figura 2 - (a) Diagrama para obter a parte imaginária da posição desejada, (b) Diagrama dos polos e zero do sistema e (c) Diagrama utilizado para calcular a posição do polo do compensador.

O compensador de atraso de fase foi projetado a partir de uma entrada degrau, $e(\infty) = 1/(1 + \lim_{s \rightarrow 0} G(s))$, encontrou-se $e(\infty) = 0,086$, melhorando esse valor em 10 vezes, ou seja, $e(\infty) = 10/0,086 \cong 116$. Escolheu-se arbitrariamente o polo perto da origem para não ocorrer muita influência sob o controlador, $p_c = 0,01$ (NISE, 2018). Calculando o zero através da razão requerida entre o zero do compensador e o polo do compensador, $z_c/p_c = K_{pn}/K_{po} = 116$, obteve-se $z_c = 116 \times p_c = 1,16$.

Com o compensador de avanço e atraso de fase projetados e com as equações de estado, foram implementados em diagrama de blocos no software Simulink/Matlab®, levando em consideração que $T(t) = \Delta_T + m \text{lgd}_c \text{sen}(\phi_0)$ e $\Delta_\phi = \phi - \phi_0$, o diagrama apresentado na Figura 3. A resposta do sistema a uma entrada degrau de 0,15 rad, considerando o modelo linearizado e o modelo não linear do sistema viga-hélice, é apresentado na Figura 4. Escolheu-se o pequeno degrau em virtude de uma resposta linear, que pode ser estabelecida se a faixa de variação dos valores ou se o valor de entrada em torno do ponto de operação for pequena (NISE, 2018).

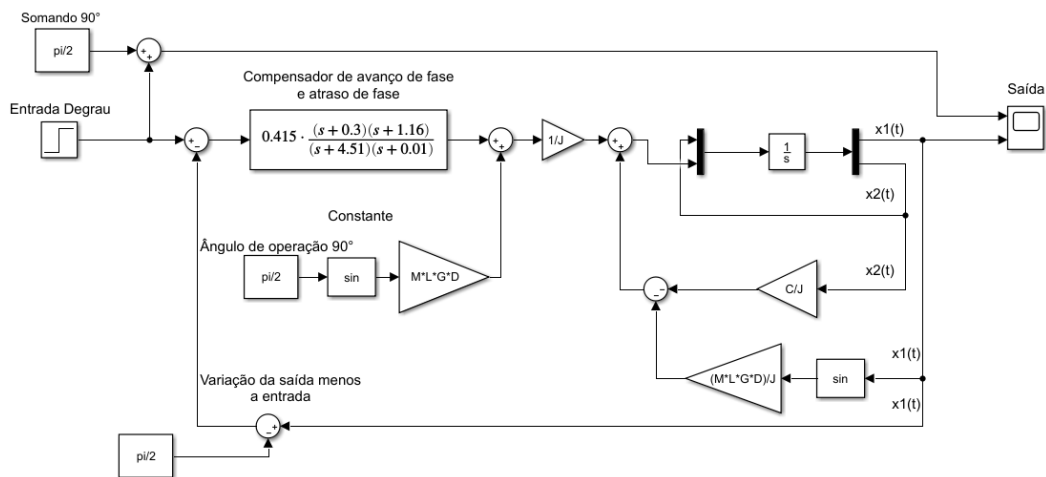


Figura 3 - Diagrama de blocos do compensador de avanço e atraso de fase com o sistema não linear.

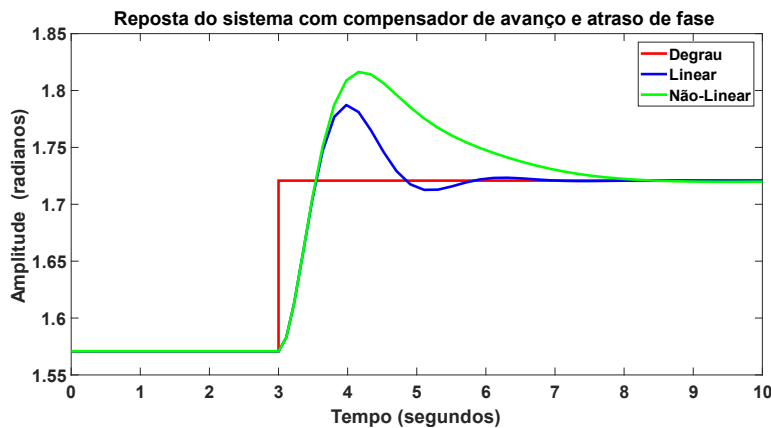


Figura 4 - Resposta a uma entrada degrau de valor 0,15 rad do sistema linear e não linear, ambos em malha fechada com o compensador projetado.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho apresentou a modelagem matemática do sistema viga-hélice, tanto em espaço de estados quanto em função de transferência para projetar o compensador de avanço e atraso de fase. Resultados de simulação para a dinâmica não linear e linear mostraram que, embora diferentes, o compensador desempenhou satisfatoriamente os requisitos de projeto.

REFERÊNCIAS

- CHEN, C.-T. **Linear system theory and design**. Oxford: Oxford University Press, 1998.
- ENIKOV, E. T.; CAMPA, G. **Mechatronic aeropendulum**: Demonstration of linear and nonlinear feedback control principles with MatLab/Simulink real-time windows target. *IEEE Transactions on Education*, Piscataway, v. 55, n. 4, p. 538-545, 2012.
- JOB, M. M.; JOSE, P. S. H. **Modeling and control of mechatronic aeropendulum**. In: *International Conference on Innovations in Information, Embedded and Communication Systems (ICIIECS)*, 2015, Coimbatore. Anais... Piscataway: IEEE, 2015. p. 1-5.
- NISE, N. S. **Engenharia de Sistemas de Controle**. Rio de Janeiro. 7 Edição; LTC, 2018.
- OGATA, K. **Engenharia de Controle Moderno**. São Paulo. 5 Edição; Pearson, 2010.