# Conjuntos

Professor Gil Leal

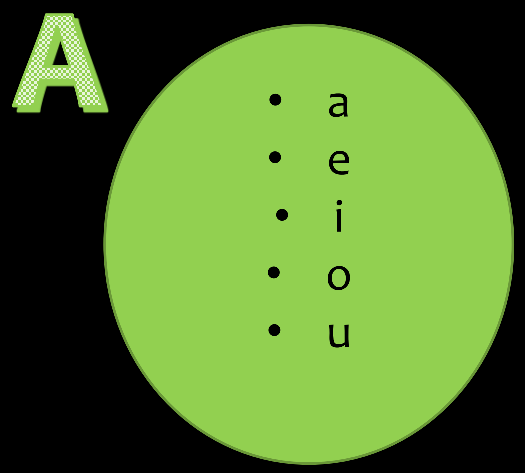
# Introdução

- O conceito de conjunto é intuitivo; um conjunto é constituído de elementos, e costumam ser indicados pelas letras maiúsculas latinas: A, B, C...
- Por exemplo: vamos considerar o conjunto A das vogais, que pode ser representado de três maneiras.
- 1ª) Descrevendo cada elemento:
  - A = {a, e, i, o, u}
- 2ª) Pela condição que definem os elementos:
  - A = {x / x é uma vogal do alfabeto da língua portuguesa}

x / x significa **x tal que x** é uma vogal ...

# Introdução

- 3ª) Por meio de um diagrama de Venn:



# Outros Exemplos

- Conjunto das cores da bandeira do Brasil:

  B = {amarelo, azul, branco e verde}

- Conjunto dos números pares positivos:

  C = {2, 4, 6, 8, 10, ...}

- Conjunto dos números pares positivos menores que 9:

  D = {2, 4, 6, 8}

# Outros Exemplos

- Conjunto dos números múltiplos de 5 positivos e menores ou iguais a 1000:

$$E = \{5, 10, 15, 20, 25, \ldots, 980, 985, 990, 995, 1000\}$$

- Conjunto dos divisores positivos de 9:

$$F = \{1, 3, 9\}$$

- Conjunto dos números naturais:

$$G = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \ldots\}$$

# Outros Exemplos

- Conjunto dos satélites naturais da Terra:

$$H = \{Lua\}$$

- Conjunto dos prédios em Paranaguá com mais de 100 andares:

$$I = \{\ \ \}$$

# Alguns conceitos importantes

- Conjunto Unitário: Só existe um elemento dentro do conjunto. Por exemplo: J = {2}
- Conjunto Finito: Conjunto com um número finito de elementos. Por exemplo: K = { 4, 5, 6, 7}
- Conjunto Infinito: Conjunto com um número infinito de elementos. Por exemplo: L = { 0, 1, 2,...}
- Conjunto Vazio: Conjunto em que não há elementos dentro dele. Por exemplo: M = {   }. O conjunto vazio também pode ser representado pelo símbolo: ∅ .

Exercício 1: classifique cada um dos conjuntos estudados até agora (A ao I) em unitário, finito, infinito ou vazio.

a) A: __________
b) B: __________
c) C: __________
d) D __________

e) E: __________
f) F: __________
g) G: __________
h) H: __________
i) I: __________

# Relação de Pertinência

- Para indicarmos que um certo elemento pertence a um conjunto, usamos o símbolo $\in$, e para indicarmos que o elemento não pertence ao conjunto, usamos o símbolo $\notin$.
- Por exemplo, seja A o conjunto das vogais do alfabeto da língua portuguesa, temos:

$$a \in A \qquad e \in A \qquad c \notin A \qquad t \notin A$$

Agora é sua vez, complete com $\in$ ou $\notin$:

i __ A    k __ A    o __ A    m __ A    x __ A

# Exercício 2

- Considerando os conjuntos estudados até agora (A ao I), complete com ∈ ou ∉:

a. m __ A
b. verde __ B
c. 5 __ C
d. 10 __ C
e. 10 __ D
f. 225 __ E
g. 4 __ F
h. 9 __ F
i. amarelo __ C
j. -3 __ G
k. 11 __ G
l. verde __ H

# Igualdade de Conjuntos

- Dois conjuntos A e B são iguais quando eles têm os mesmos elementos. Indicamos essa igualdade por $A = B$.

Por exemplo, o conjunto $A = \{x \mid x$ é um número natural maior do que 2 e menor do que $7\}$ e $B = \{3, 4, 5, 6\}$, logo esses conjuntos são iguais, ou seja, $A = B$.

O conjunto $C = \{4, 5, 6\}$ é igual ao conjunto A? E ao conjunto B?

## Igualdade de Conjuntos

- Desse modo, o conjunto C é diferente do conjunto A e também é diferente do conjunto B. Indicamos essa afirmação da seguinte maneira:

$$C \neq A \qquad C \neq B$$

# Subconjuntos

Apesar de B e C serem diferentes, todos os elementos de C também pertencem a B, vejamos:

$$B = \{3, 4, 5, 6\} \quad e \quad C = \{4, 5, 6\}$$

Dessa forma, dizemos que C é um subconjunto de B, ou que C é parte de B, ou ainda que C está contido em B, e indicamos por:

$$C \subset B$$

Podemos afirmar que B está contido em C?

## Subconjuntos

Como B não está contido em C, podemos indicar da seguinte maneira:

$$B \not\subset C$$

# Exercício 3

Com base na figura ao lado, complete com ⊂ ou ⊄.

a) A __ B

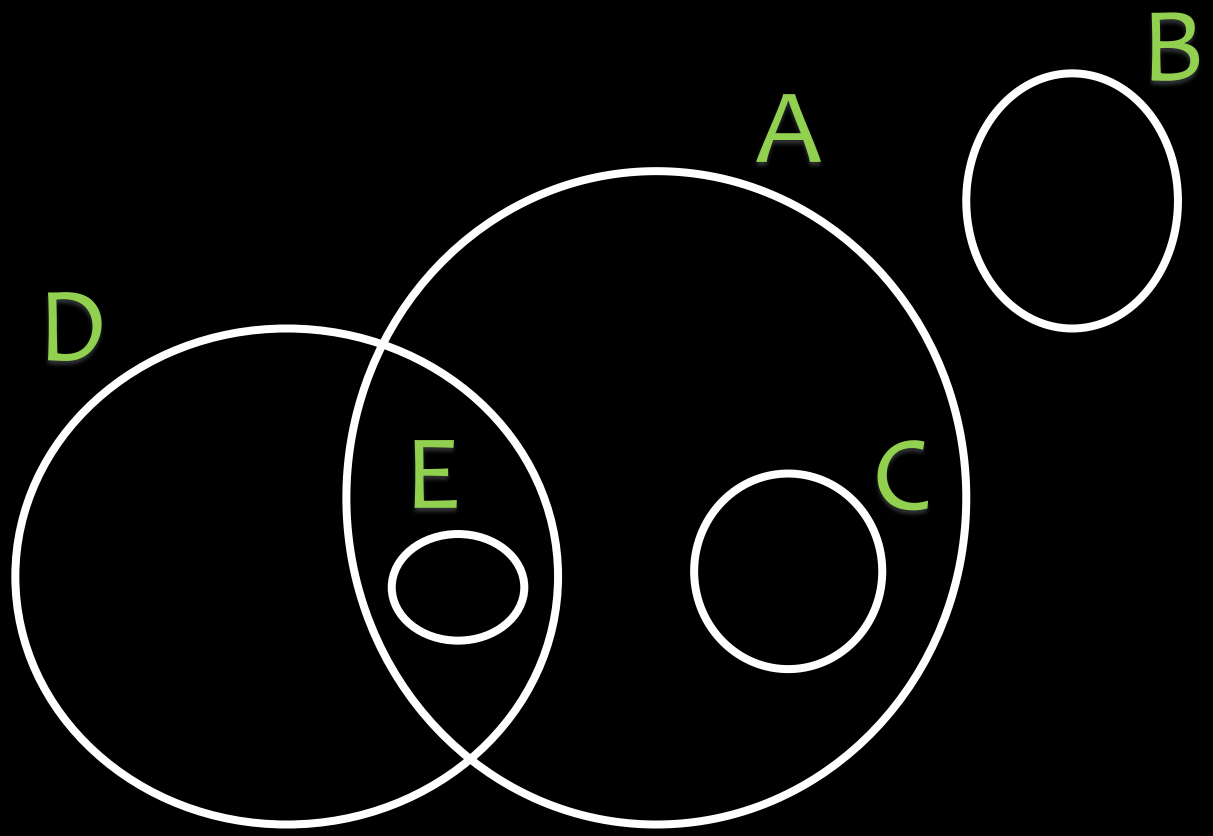
b) C __ A

c) E __ D

d) E __ A

e) D __ E

f) E __ C



# Exercício 4

Apresente os elementos de cada conjunto entre chaves e separados por vírgula e classifique-os em finito ou infinito:

a) Divisores positivos de 20:

b) Estados brasileiros da região sul:

c) Múltiplos positivos de 7:

d) Letras que compõem a palavra INSTITUTO:

e) Números ímpares positivos:

# Exercício 5

Classifique as afirmações em verdadeiras (V) ou falsas (F):

a) (   ) Todo conjunto unitário pode ter até três elementos.

b) (   ) Um conjunto infinito possui menos de 100 elementos.

c) (   ) O conjunto dos estados brasileiros é finito.

d) (   ) O conjunto dos números pares maiores que 2 e menores que 4 é unitário.

# *OS CONJUNTOS NUMÉRICOS*

Os conjuntos numéricos foram separados por suas características e nomeados assim:

***NATURAIS***

***INTEIROS***

***RACIONAIS***

***IRRACIONAIS***

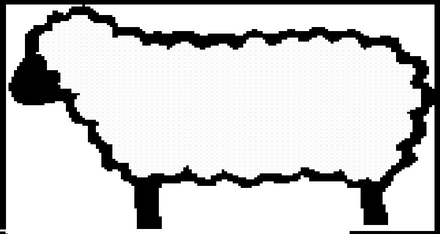
***REAIS***

# CONJUNTOS NUMÉRICOS

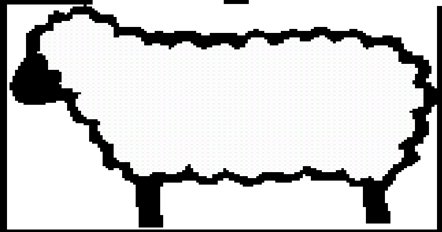
## NÚMEROS NATURAIS

**Estes números foram criados pela necessidade prática de contar as *coisas da natureza*, por isso são chamados de números naturais.**

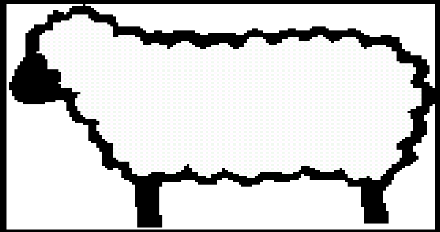
1



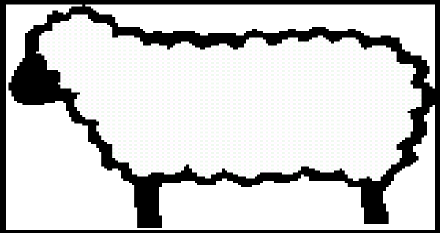
2



3



4



# CONJUNTOS NUMÉRICOS

## NÚMEROS NATURAIS

São todos os números inteiros positivos, incluindo o zero.

A representação matemática deste conjunto é:

$$N = \{ 0, 1, 2, 3, 4, 5, \ldots \}$$

# CONJUNTOS NUMÉRICOS

## *NÚMEROS INTEIROS*

- Os números naturais não permitiam a resolução de todas as operações. A subtração de 3 - 4 era impossível.

- A ideia do número negativo, aparece na Índia,associada a problemas comerciais que envolviam dívidas.

- A ideia do número zero surgiu também nesta altura, para representar o *nada.*

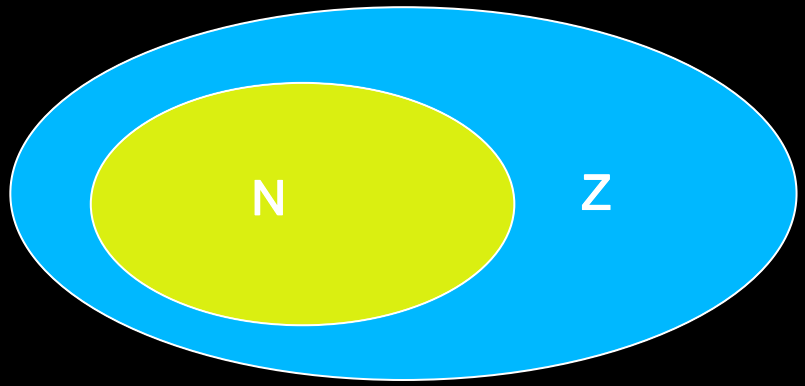
# CONJUNTOS NUMÉRICOS

## *NÚMEROS INTEIROS*

A representação matemática deste conjunto é:

Z = {..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...}

A representação matemática deste conjunto através de diagramas e feita desta maneira



# CONJUNTOS NUMÉRICOS

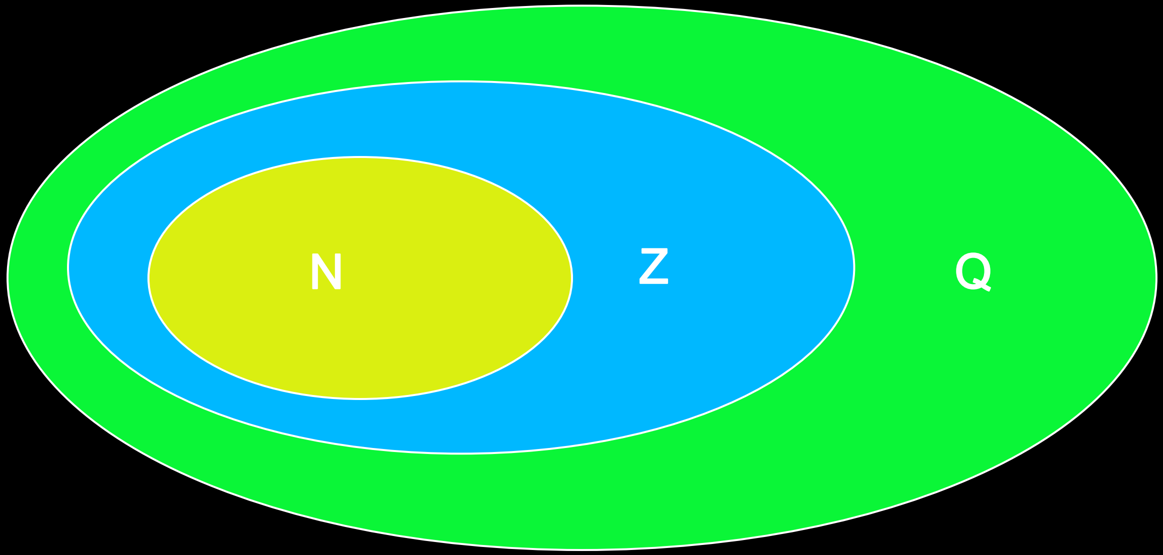
## NÚMEROS RACIONAIS

Entretanto...surgiu outro tipo de problema:

“ Como dividir 3 vacas por 2 herdeiros? “

Para resolver este tipo de problemas foram criados os números **fracionários**. Estes números juntamente com os números inteiros formam os **racionais**.

A representação matemática deste conjunto através de diagramas e feita desta maneira.




Os racionais são representados pela letra Q e é composto pelos números decimais finitos, decimais infinitos **periódicos simples ou compostos**

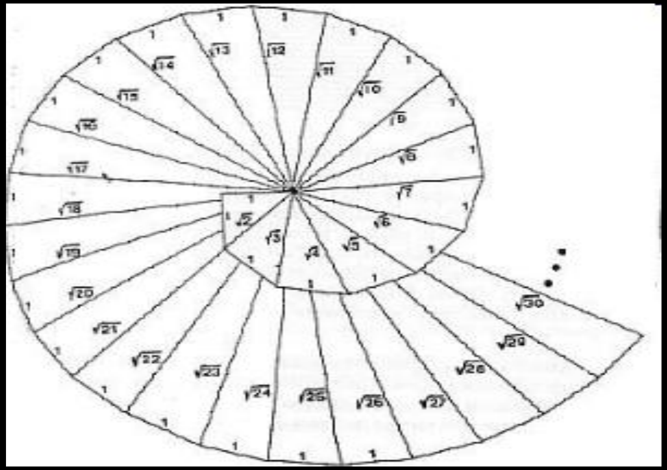
# CONJUNTOS NUMÉRICOS

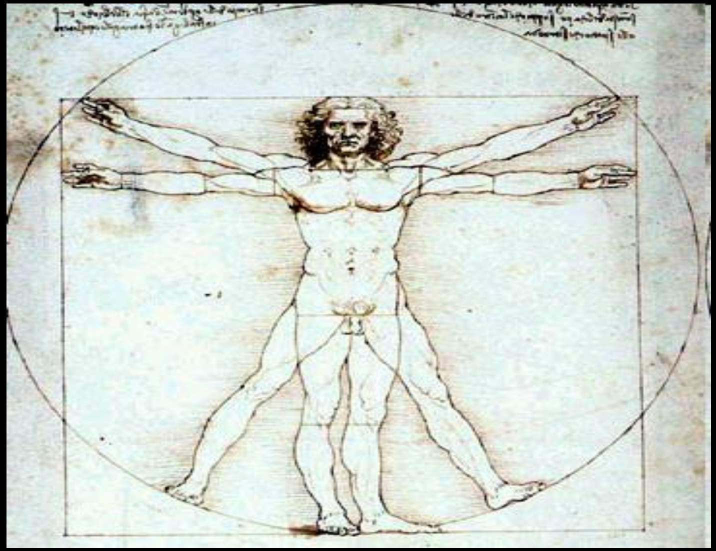
## NÚMEROS IRRACIONAIS

É formado pelos números decimais infinitos não-periódicos.

Alguns números irracionais famosos:

- π (pi) que vale 3,14159265 ....
- φ (fí ) que vale 1,61803399...
- Raízes quadradas não exatas; $\sqrt{2}$ ; $\sqrt{3}$; ...





# CONJUNTOS NUMÉRICOS

## ***NÚMEROS REAIS***

O conjunto dos números Reais é formado por todos os números Racionais junto com os números Irracionais,

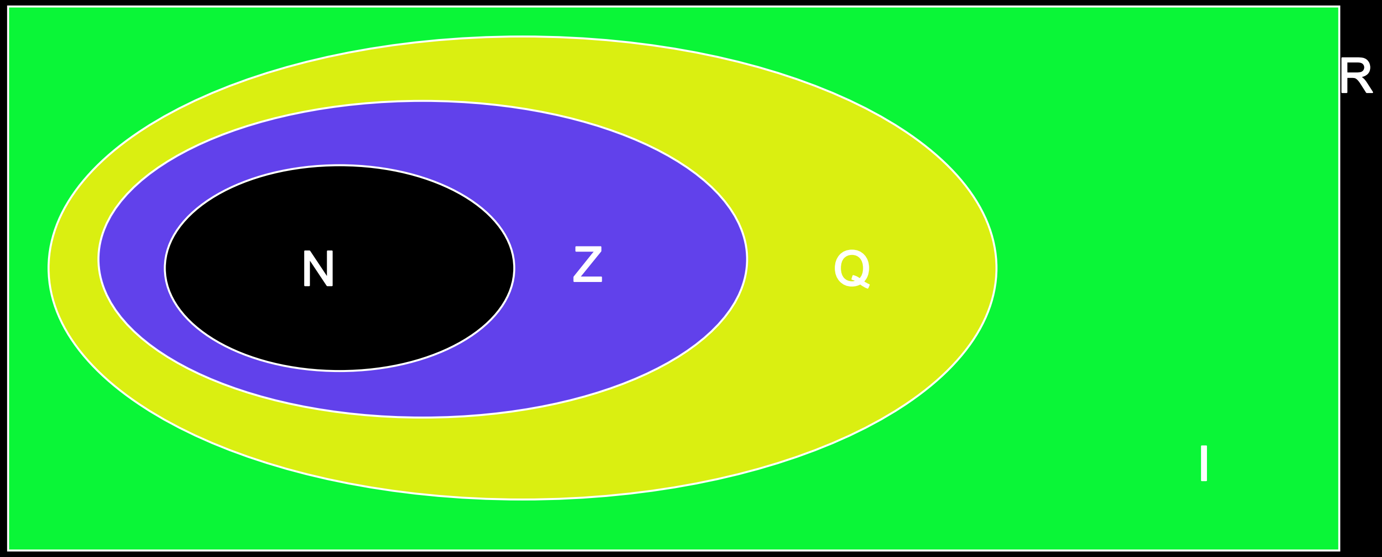
# CONJUNTOS NUMÉRICOS

## NÚMEROS REAIS

A representação matemática deste conjunto é:

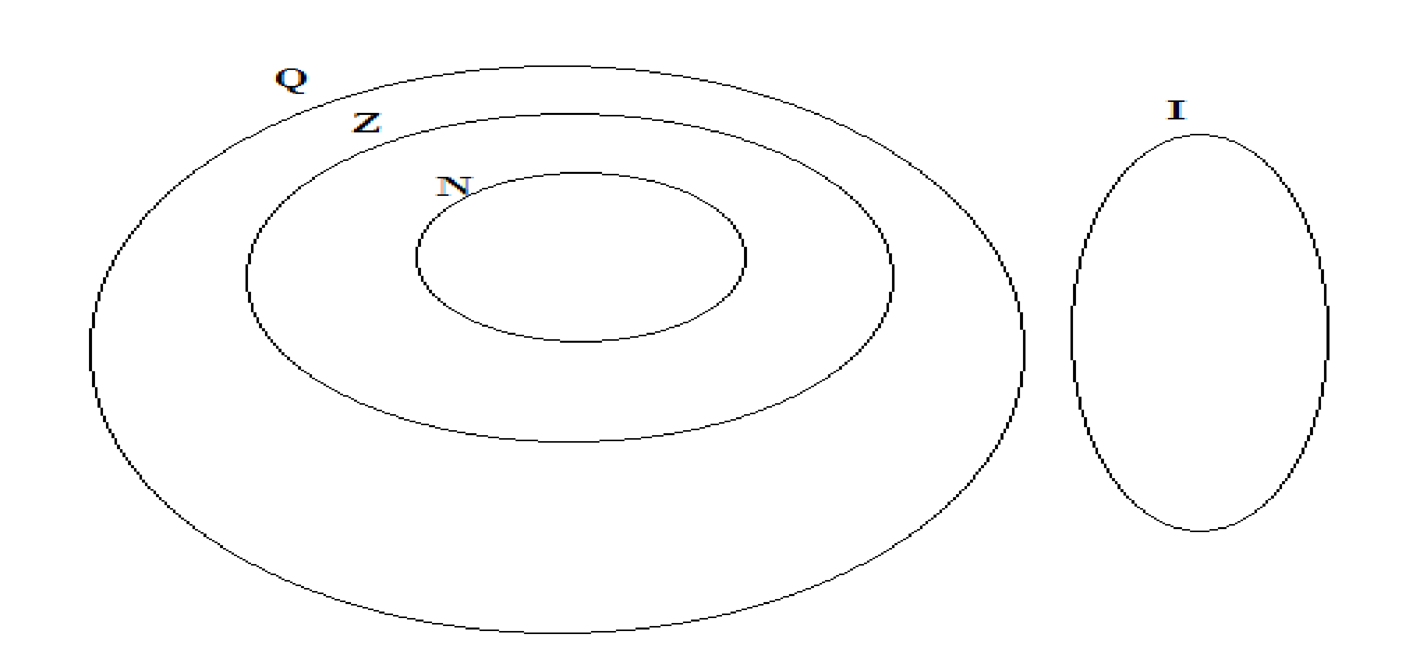
$$R = Q \cup \{ \text{ números irracionais } \}$$

A representação matemática deste conjunto através de diagramas e feita desta maneira.



## Exercício 6

Insira adequadamente em seus conjuntos numéricos, os seguintes números: $-5;\ \frac{10}{3};\ \sqrt{5};\ \sqrt{4};\ 0{,}33\ldots;\ \frac{10}{2};\ \pi;\ -1.$



# Operações entre conjuntos

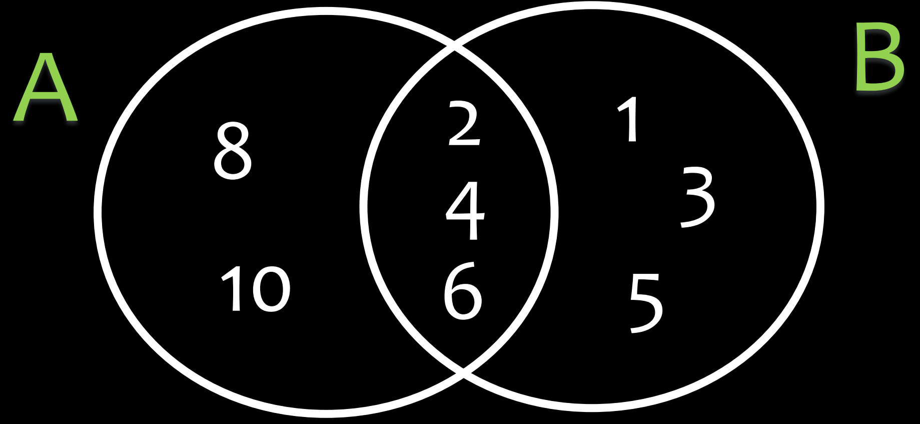
## União de conjuntos

Dados os conjuntos A e B, chamamos de união de A e B o conjunto $A \cup B$ tal que $x \in A \cup B$ se e somente se $x \in A$ ou $x \in B$.

Exemplo: sejam o conjunto $A = \{2,4,6,8,10\}$, o conjunto $B = \{1,2,3,4,5,6\}$, vamos determinar o conjunto $A \cup B$.

$$A \cup B = \{1,2,3,4,5,6,8,10\}$$

A união de conjuntos também pode ser representada por meio de diagramas de Venn.



# Interseção de conjuntos

Dados os conjuntos A e B, chamamos de interseção de A e B o conjunto $A \cap B$ tal que $x \in A \cap B$ se e somente se $x \in A$ e $x \in B$.

Exemplo: sejam o conjunto A = {2,4,6,8,10}, o conjunto B = {1,2,3,4,5,6}, vamos determinar o conjunto $A \cap B$.

$$A \cap B = \{2,4,6\}$$

A interseção de conjuntos também pode ser representada por meio de diagramas de Venn.

A

B

2

4

6

## Diferença de conjuntos

Dados os conjuntos A e B, chamamos de diferença de A e B o conjunto A - B tal que $x \in A - B$ se e somente se $x \in A$ e $x \notin B$.

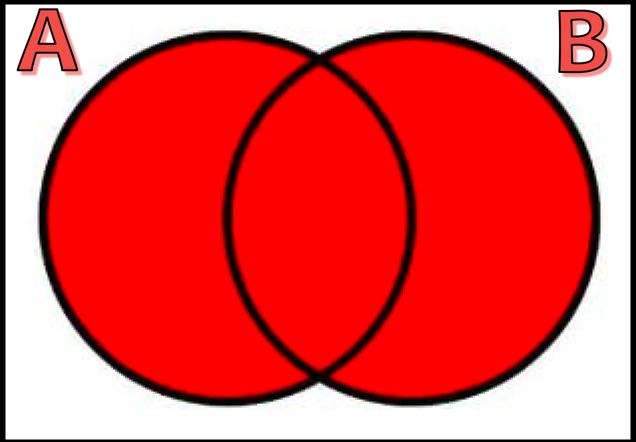
Exemplo: sejam o conjunto $A = \{2,4,6,8,10\}$, o conjunto $B = \{1,2,3,4,5,6\}$, vamos determinar o conjunto A - B.

$$A - B = \{8,10\}$$

A diferença de conjuntos também pode ser representada por meio de diagramas de Venn.

# Resumindo

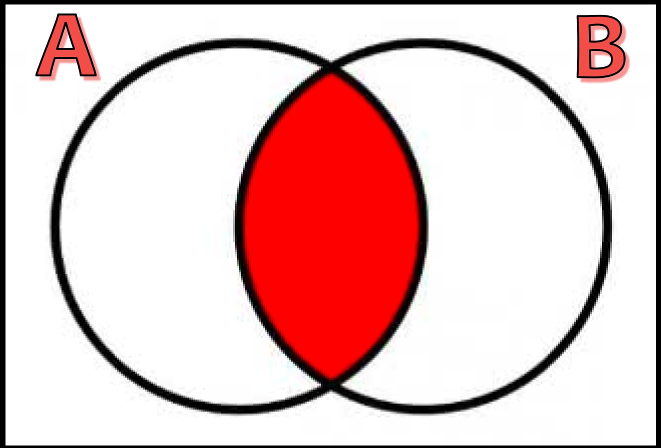
- União de conjuntos




AUB

UNIR todos os elementos dos conjuntos.

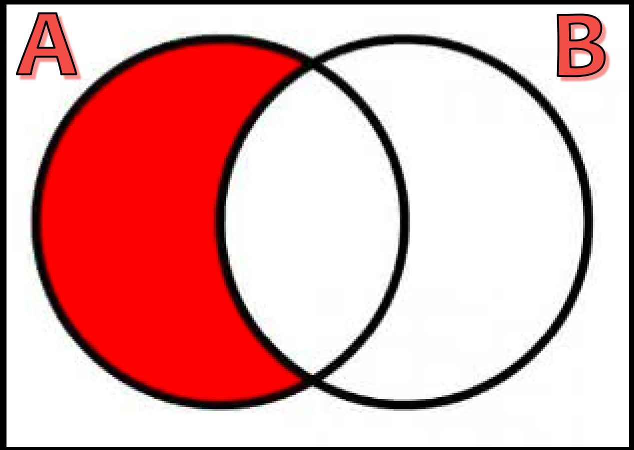
- Interseção de conjuntos




A∩B

Somente os elementos que são iguais nos dois conjuntos.

- Diferença de conjuntos




A - B

Elementos que tem no conjunto A, mas não tem no conjunto B.

# Exercício 7

- Dados os conjuntos $A = \{a,b,c\}$, $B = \{c,d\}$ e $C = \{c,e\}$, determine:

a) $A \cup B =$

b) $A \cup C =$

c) $B \cup C =$

d) $A \cap B =$

e) $A \cap C =$

f) $B \cap C =$

g) $A - B =$

h) $A - C =$

i) $B - C =$

j) $(A \cup B) \cup C =$

k) $(A \cap B) \cap C =$

l) $(A - C) \cup B =$

m) $(A - B) \cap C =$

n) $(B \cap C) \cup (A \cap C) =$

o) $(B \cup C) \cap A =$

p) $(A - B) \cup (B - C) =$

q) $(C - B) \cup (B - A) =$