

Material elaborado pelos docentes da Área de Matemática – Junho/2020

Questão 01) O cálculo matemático para determinar a taxa de contágio de uma doença leva em consideração dados diários sobre o tamanho da população, os casos confirmados, as mortes, os infectados e o número de recuperados. O número efetivo de reprodução, chamado (R), diz qual o potencial de propagação do vírus. Se maior que 1, cada paciente transmite a doença a, pelo menos, mais uma pessoa. Se menor do que 1, menos indivíduos se infectam. Por exemplo, se a taxa de contágio for igual a 1,63, isso quer dizer que 10 pessoas contaminadas podem transmitir o vírus para outras 16. De acordo com o site de notícias Bem Paraná, a taxa de contágio no Paraná estava entre 2 e 3, no dia 28/05/2020.

Levando em consideração que Paranaguá tem 133.761 habitantes, sendo que, destes, 54 já testaram positivo para o Coronavírus, em quanto tempo toda a população de Paranaguá estaria contaminada, considerando a taxa de contágio igual 2?

- a) Entre 6 e 7 dias.
- b) Entre 8 e 9 dias.
- c) Entre 10 e 11 dias.
- d) Entre 12 e 13 dias.
- e) Entre 14 e 15 dias.

Fontes consultadas para elaboração desta questão:

<https://diariodonordeste.verdesmares.com.br/metro/ceara-volta-a-registrar-taxa-de-contagio-da-covid-19-superior-a-1-1.2949943>, acessado em 02/06/2020, às 16h07;

<https://www.bemparana.com.br/noticia/no-parana-cada-pessoa-infectada-transmite-o-coronavirus-para-outras-tres#.XvO7MChKjIV>;

<http://www.paranagua.pr.gov.br/coronavirus>, acessado em 02/06/2020, às 16h43.

Questão 02) (OMIF) Um exemplo de modelagem matemática na biologia, muito importante no meio acadêmico, é a Teoria de Malthus. Thomas Malthus, em 1678, propôs um crescimento populacional de forma exponencial, estabelecendo que a taxa de variação da população, em relação ao tempo, é proporcional à população presente. Essa formulação não descreve muitos tipos de populações, porém serve como um possível modelo para o crescimento de bactérias. Se resolvermos em termos matemáticos as palavras de Malthus teremos a seguinte fórmula:

$$N(t) = N_0 \cdot e^{a \cdot t},$$

sendo que $N(t)$ é a quantidade de bactérias em um determinado tempo t (em horas), N_0 é a quantidade inicial de bactérias, o número e é a constante de Neper que vale aproximadamente 3 e o número a é a constante de proporcionalidade, que terá o valor 4.

Desse modo, suponha que tenhamos uma população de bactérias quantificada inicialmente em 1000 indivíduos segundo a fórmula de Malthus. Quanto tempo será necessário para que essa população alcance a quantidade de 16000 indivíduos? (Utilize $\log 2 = 0,3$ e $\log 3 = 0,4$).

- a) 30 minutos.
- b) 45 minutos.
- c) 1 hora.
- d) 1 hora e 15 minutos.
- e) 2 horas.

Questão 03) (FUVEST) Determine a área de um triângulo retângulo de perímetro 36, sabendo que as medidas dos lados estão em PA.

Questão 04) (IME) Observe a seguinte disposição dos números naturais ímpares:

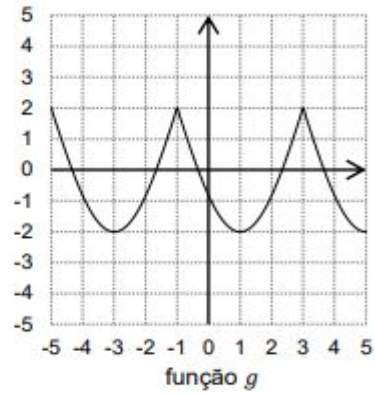
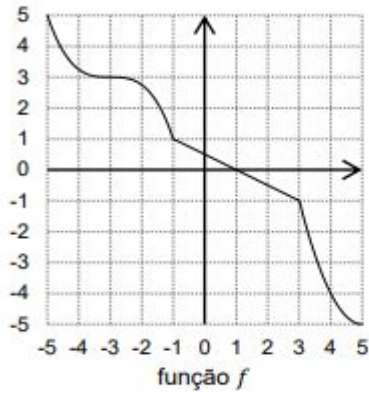
1
 3 5
 7 9 11
 13 15 17 19
 21 23 25 27 29

- a) Quantos números haverá na 10ª linha?
- b) Determine o primeiro e o último termos da 10ª linha.
- c) Determine o valor da soma $S = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 10^3$.

Questão 05) (ITA) Uma empresa possui 1000 carros, sendo uma parte com motor a gasolina e o restante com motor “flex” (que funciona com álcool e com gasolina). Numa determinada época, neste conjunto de 1000 carros, 36% dos carros com motor a gasolina e 36% dos carros com motor “flex” sofrem conversão para também funcionar com gás GNV. Sabendo-se que, após esta conversão, 556 dos 1000 carros desta empresa são bicombustíveis, pode-se afirmar que o número de carros tricombustíveis é igual a:

- a) 246. b) 252. c) 260. d) 268. e) 284.

Questão 06) (UFPR) Considere as funções f e g cujos gráficos estão esboçados abaixo.

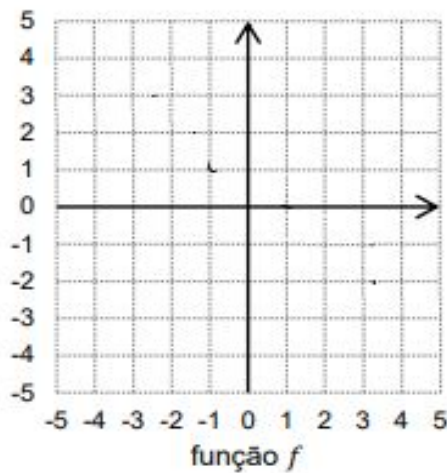


a) Com base nos gráficos, preencha a tabela com os valores solicitados.

Dado	Valor
$g(1)$	
$f^{-1}(-4)$	
$f(f(-1))$	
$g(f(-3))$	

b) Sabendo que a função g é periódica, com período $T = 4$, esboce o gráfico da função

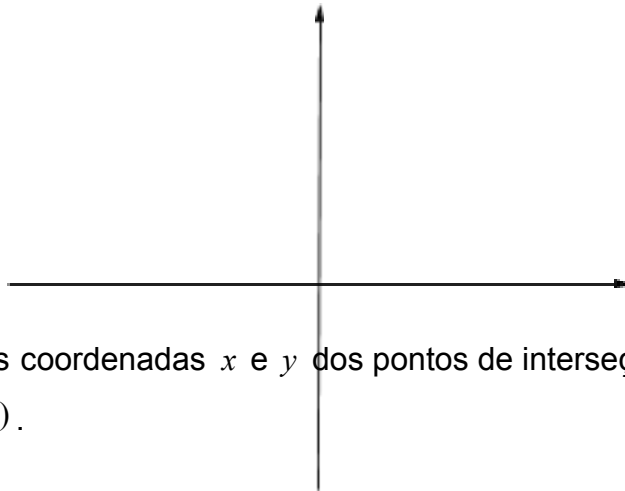
$$h(x) = g(x + 1) - 2.$$



Questão 07) (UFPR) Considere as funções

$$f(x) = x - 1 \text{ e } g(x) = \frac{2}{3}(x - 1)(x - 2).$$

a) Esboce o gráfico de $f(x)$ e $g(x)$ no sistema cartesiano abaixo.



b) Calcule as coordenadas x e y dos pontos de interseção dos gráficos de $f(x)$ e $g(x)$.

Questão 08) (UFPR) Suponha que, num período de 45 dias, o saldo bancário de uma pessoa possa ser descrito pela expressão

$$S(t) = 10t^2 - 240t + 1400,$$

sendo $S(t)$ o saldo, em reais, no dia t , para $t \in [1, 45]$. Considerando os dados apresentados, é correto afirmar que:

- a) o saldo aumentou em todos os dias do período.
- b) o saldo diminuiu em todos os dias do período.
- c) o menor saldo no período ocorreu em $t = 12$.
- d) o menor saldo no período foi R\$ 12,00.
- e) o saldo ficou positivo em todos os dias do período.

Questão 09) (FUVEST) Considere a função polinomial $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = ax^2 + bx + c,$$

em que $a, b, c \in \mathbb{R}$ e $a \neq 0$. No plano cartesiano xy , a única intersecção da reta $y = 2$ com o gráfico de f é o ponto $(2; 2)$ e a intersecção da reta $x = 0$ com o gráfico de f é o ponto $(0; -6)$. O valor de $a + b + c$ é:

- a) $-2.$
- b) $0.$
- c) $2.$
- d) $4.$
- e) $6.$